

approach has been successfully applied to blood platelets, erythrocytes, vesicles aggregates, and E. Coli bacteria. The applications of the developed methods are all based on measurements of LSPs of single particles in water using a SFC. However, the same methodology can be applied to other experimental set-ups.

## REFERENCES

- [1] Maltsev V.P. Scanning flow cytometry for individual particle analysis // Rev. Sci. Instrum. 2000. Vol. 71. P. 243–255.
- [2] Moskalensky A.E. et al. Accurate measurement of volume and shape of resting and activated blood platelets from light scattering // J. Biomed. Opt. 2013. Vol. 18. P. 017001.

# Discrete dipole approximation for electromagnetic scattering simulations

Yurkin Maxim Aleksandrovich

Voevodsky Institute of Chemical Kinetics and Combustion, Novosibirsk State University, e-mail: yurkin@gmail.com

Light scattering is widely used in remote sensing of various objects ranging from metal nano-particles and macromolecules to atmospheric aerosols and interstellar dust. Moreover, the structure of electromagnetic fields near a particle is of major importance for other phenomena, such as surface-enhanced Raman scattering (SERS) or electron energy-loss spectroscopy (EELS). All these applications require accurate simulations of interaction of electromagnetic fields with particles of arbitrary shape and internal structure. The discrete dipole approximation (DDA) is one of the general methods to handle such problems [1].

The DDA is a numerically exact method derived from the volume-integral form of frequency-domain Maxwell's equation for the electric field [2], and is a special case of method of moments. It commonly employs a regular rectangular grid of dipoles, leading to the computational complexity (and required memory) linear in number of dipoles. This allows one to solve the problems with up to 1 billion dipoles using modern supercomputers. Overall, the DDA is widely used for light-scattering and near-field simulations, thanks to the availability of robust and easy-to-used open-source codes, such as DDSCAT and ADDA.

Importantly, the DDA can be applied to a broad range of electromagnetic applications apart from the standard problem of far-field scattering by single isolated particles. This includes complicated environments (e.g., particles on substrate) and unusual incident fields (leading to SERS and EELS). The DDA can even be applied to simulate fluctuation phenomena, i.e. near-field radiative transfer and Casimir forces, which are related to the Green's tensor in the presence of a particle. The only drawback is that the latter applications require much larger computational resources.

## REFERENCES

- [1] Yurkin M. A., Hoekstra A. G. The discrete dipole approximation: an overview and recent developments // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*. 2007. Vol. 106. P. 558–589.
- [2] Yurkin M. A., Mishchenko M. I. Volume integral equation for electromagnetic scattering: Rigorous derivation and analysis for a set of multilayered particles with piecewise-smooth boundaries in a passive host medium // *Phys. Rev. A*. 2018. Vol. 97. P. 043824.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА**

**Аввакумов Сергей Николаевич, Киселёв Юрий Николаевич, Орлов  
Михаил Владимирович, Орлов Сергей Михайлович**

Кафедра оптимального управления, e-mail: asn@cs.msu.su, kiselev@cs.msu.su, orlov@cs.msu.su,  
sergey.orlov@cs.msu.su

В докладе предполагается представить краткий отчёт на основе опубликованных статей по указанной тематике в последние годы.

Перечислим основные характеристики исследованных задач оптимального управления.

1. Нелинейная динамика управляемого объекта.
2. Математическая модель допускает экономическую интерпретацию.
3. Модель может иметь различные размерности динамической системы, причём с ростом размерности задача усложняется.
4. Построение решения задачи оптимального управления основано на применении принципа максимума Понтрягина — теореме о необходимых условиях оптимальности [1].
5. Для экстремального решения, построенного на основе принципа максимума, проводится обоснование его оптимальности с привлечением теоремы о достаточных условиях оптимальности в терминах конструкций принципа максимума Понтрягина [2].
6. В изученных задачах при определённых предположениях оптимальное решение может иметь особые участки.
7. Построение экстремального решения в ряде случаев оказывается возможным описать конструктивно с привлечением элементарных функций или некоторых специальных функций.